Torsion pour les variétés abéliennes de type III

Victoria CANTORAL FARFÁN
IMJ-PRG

Le théorème de Mordell-Weil affirme que pour toute variété abélienne A définie sur un corps de nombres K le groupe des points K-rationnels est de type fini, *i.e.* $A(K) = A(K)_{\text{tors}} \times \mathbb{Z}^r$, où $A(K)_{\text{tors}}$ correspond au sous-groupe fini des points de torsion définis sur K.

C'est naturel de se demander si on peut obtenir une borne uniforme pour $|A(L)_{\text{tors}}|$, dépendant uniquement du degré $[L : K]$, lorsque la variété abélienne A varie. Cette question est connue comme la conjecture de la borne uniforme. Pour ce qui est des courbes elliptiques définies sur un corps de nombres K, Merel a prouvé en 1994 que l'on peut en effet obtenir une borne uniforme en utilisant des méthodes développées par Mazur et Kamienny.

Cependant il est naturel de se demander si l'on peut obtenir une borne de $|A(L)_{\text{tors}}|$ qui dépend uniquement du degré $[L : K]$ lorsque l'extension L/K varie et la variété abélienne A est fixée. Dans cette direction Hindry et Ratazzi ont énoncé plusieurs résultats concernant certaines classes de variétés abéliennes, en particulier leurs résultats fournissent une borne optimale.

L'objectif de cet exposé, sera de vous présenter des nouveaux résultats dans cette direction. On se concentrera sur la classe de variétés abéliennes de type III pleinement de type Lefschetz, c'est-à-dire, des variétés abéliennes telles que leur groupe de Mumford-Tate soit le groupe des similitudes orthogonales qui commutent avec les endomorphismes et telles qu'elles vérifient la conjecture de Mumford-Tate. En particulier, on fournit une liste de variétés abéliennes dont on sait prouver qu'elles sont pleinement de type Lefschetz.