

Moments d'ordre n des fonctions L des formes primitives

Guillaume HITSCH
Université Clermont Auvergne

Soient k et N deux entiers naturels, on note $H_k^*(N)$ l'ensemble des formes de Hecke primitives de poids k et de niveau N . À toute fonction f de $H_k^*(N)$ on associe une fonction L définie par

$$L(f, s) := \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_f(n) n^{-s}.$$

Nous montrerons le résultat suivant :

Proposition.—Pour tout n entier naturel et N ne possédant pas de "petits" facteurs premiers en un sens quantifié dans le travail,

$$\sum_{f \in H_k^*(N)}^h L(f, 1)^n = C_{k,N} \sum_{r \geq 1} \frac{m_n(r)}{r} + O(g(N))$$

où le sigle "h" en exposant signifie que la somme est pondérée par le produit de Petersson $\langle f, f \rangle$, g est une fonction de k et N telle que $g(N) \rightarrow_{N \rightarrow \infty} 0$, $C_{k,N}$ est une constante dépendant de k et N mais pas de n , dont on précise le comportement asymptotique en N dans le travail, et nous donnerons l'expression de $m_n(r)$ en fonction de n . La constante dans le O dépend de k , ε et n .